Examen de mécanique du solide

Jeudi 13 novembre 2008 (1,5 heures)

Les exercices sont indépendants. Énoncé : 2 pages.
Les calculatrices ne sont pas autorisées.

Exercice 1 : Fermeture de la porte d'une voiture.

Une voiture, initialement à vitesse nulle, démarre en ligne droite horizontale avec une accélération γ constante.

Une porte de cette voiture est schématisée par un carré, homogène de masse *m* et de côté *b* et d'épaisseur négligeable. Cette porte est fixée à la voiture par un de ses côtés vertical et elle peut tourner librement (sans frottement) autour de ce côté.

Soit θ l'angle que fait la porte avec la direction de déplacement de la voiture (voir figure).
Initialement θ = π/2.

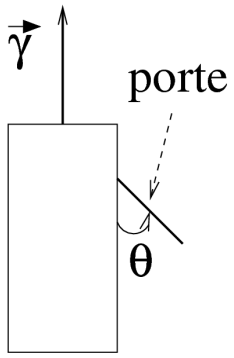


Figure : Voiture vue de dessus

a) Question préliminaire : Montrer que le moment d'inertie de la porte par rapport à un de ses côtés vaut $J = mb^2/3$.

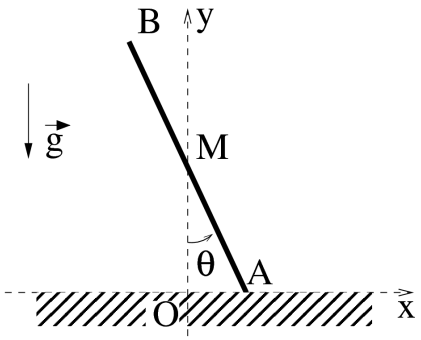
b) Dans le référentiel de la voiture, quel est le point d'application de la force d'entraînement sur la porte ? J*ustifiez votre réponse.*

c) Déterminer la vitesse angulaire de la porte quand elle se ferme.

Exercice 2 : chute d'une barre

Une barre rigide AB, homogène de masse *m,* de longueur 2*l* et de section négligeable, est posée verticalement sur le sol en A. Le contact de la barre avec le sol en A est supposé sans frottement. Soit θ l'angle que fait la barre par rapport à la verticale (voir figure).

A l'instant initial, la barre est très légèrement déplacée (sans vitesse initiale) de son équilibre instable et tombe.



a) En utilisant le théorème de la résultante dynamique (lois de Newton) et le théorème du moment cinétique :

(i) Montrer que le mouvement du milieu M de AB est vertical.

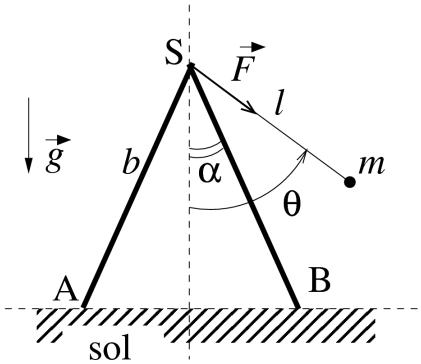
(ii) Déterminer l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'angle θ.

b) En utilisant l'énergie, retrouver l'équation différentielle précédante.

c) Déterminer la vitesse de M lorsque M touche le sol.

Donnée : Le moment d'inertie d'une barre de longueur L, homogène de masse m, par rapport à axe perpendiculaire passant par son centre de gravité est $mL^2/12$.

Exercice 3 : Stabilité d'une balançoire



Une balançoire, schématisée sur la figure, est posée sur le sol. Ses montants AS et BS sont rigides, de masse identique *M*, et de même longueur *b*. L'angle (A,S,B) = 2α est fixe.

Un objet, ponctuel de masse *m*, se balance au bout d'un fil, inextensible, de longueur *l* (*l* < *b*), de masse négligeable, accroché aux montants en S. Soit θ l'angle entre la verticale et le fil.

Initialement, le fil est horizontal (θ = π/2) et la vitesse de la masse *m* est nulle.

On suppose que les frottements sur le sol en A et B sont suffisamment forts pour qu'il n'y ait pas de translation horizontale des montants de la balançoire.

a) Déterminer la force $\vec{F}$ que le fil exerce sur les montants en S en fonction de l'angle θ. (*Rappel cette force est parallèle au fil !*)

b) Calculer le moment de $\vec{F}$ par rapport au point B. Déterminer la valeur θ_m de θ pour laquelle ce moment est extremum.

c) Calculer le moment du poids des montants AS et BS par rapport au point B.

d) A quelle condition le point A se soulèvera-t-il du sol ?

Déterminer la valeur minimale de α en fonction de *m* et *M* pour que la balançoire reste stable (c'est à dire pour que A ne se soulève pas pendant le balancement de *m*).